

Der Quadraturmodulator

Copyright © 2012 Ralf Hoppe

Revision : 302

Inhaltsverzeichnis

1	Aufbau und Wirkungsweise	2
1.1	Wirkung im Zeitbereich	2
1.2	Wirkung im Frequenzbereich	3
1.3	Realisierung klassischer Modulationsarten	4
2	Amplitudenmodulation (AM)	5
2.1	Zweiseitenband-AM	5
2.1.1	Zweiseitenband-AM ohne Träger	5
2.1.2	Alternative Zweiseitenband-AM ohne Träger	6
2.1.3	Zweiseitenband-AM mit Träger	7
2.2	Einseitenband-AM	8
3	Phasenmodulation (PM)	10
4	Frequenzmodulation (FM)	11
5	(Homodyne) Demodulation	12
5.1	I/Q-Demodulation	12
5.2	Zweiseitenband-AM	14
5.3	Einseitenband-AM	14
5.4	Quadratur-AM	15

Abbildungsverzeichnis

1	Quadraturmodulator	2
2	Spektrum der Zweiseitenband-AM	6
3	Zweiseitenband-AM mittels Quadraturmodulator	7
4	Einseitenband-AM mittels Quadraturmodulator	9
5	Spektrum der Einseitenband-AM	10
6	Phasenmodulation mittels Quadraturmodulator	11

7	Homodyner Quadratur-Empfänger	12
8	Spektrum bei der Zweiseitenband-Demodulation	13
9	Zweiseitenband-Demodulator	14
10	HARTLEY-Demodulator	15
11	Quadratur-Amplitudendemodulation	15

Symbolverzeichnis

$\delta(t)$	DIRAC-Impuls
\mathcal{F}	FOURIER-Transformation
\mathcal{H}	HILBERT-Transformation
Im	Imaginärteil
Re	Realteil
$u(\omega)$	Einheitssprung (HEAVISIDE-Funktion) im Frequenzbereich
V. P.	CAUCHY-Hauptwert (Valor Principalis)
z^*	konjugiert-komplexer Wert von z

1 Aufbau und Wirkungsweise

1.1 Wirkung im Zeitbereich

Mit Hilfe des Quadraturmodulators lassen sich quasi alle modernen (Trägerfrequenz-) Modulationsverfahren realisieren. Betrachten wir dazu sein Blockbild nach Abbildung 1.

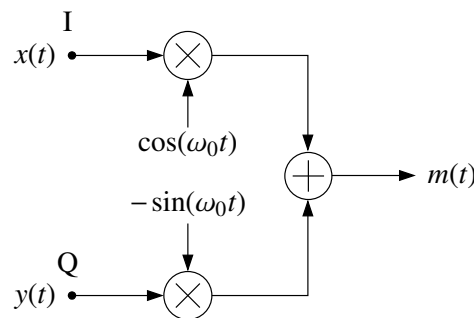


Abbildung 1: Quadraturmodulator

Er besitzt zwei Eingänge I (in-phase) und Q (quadrature-phase) mit den zugeordneten Zeitsignale $x(t)$ und $y(t)$, welche mit Hilfe eines Trägers (der Kreisfrequenz ω_0) zu einem Modulationsprodukt $m(t)$ verknüpft werden.¹

$$m(t) = x(t) \cos(\omega_0 t) - y(t) \sin(\omega_0 t) \quad (1)$$

Man kann das Modulationsprodukt $m(t)$ nach Formel 1 auch als Realteil des Produktes zweier Zeiger in der komplexen Ebene beschreiben. Dazu sei die komplexe Größe $z(t) = x(t) + jy(t)$ definiert und dann folgendermaßen verwendet:

$$m(t) = \operatorname{Re} \left\{ z(t) e^{j\omega_0 t} \right\}. \quad (2)$$

Das In-Phase Signal $x(t)$ stellt also den Realteil von $z(t)$, das Quadrature-Phase Signal den Imaginärteil $y(t)$.²

1.2 Wirkung im Frequenzbereich

Das Spektrum $M(\omega)$ des Modulationsproduktes kann man ausgehend von Formel 1 oder von Formel 2 ermitteln [Osw56, Bed62, Pap67, Pro01].

Reelle Darstellung Gehen wir in der Betrachtung zunächst von Formel 1 aus und berücksichtigen die Transformationsbeziehungen:

$$\cos(\omega_0 t) \circ \bullet \pi[\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$$

$$\sin(\omega_0 t) \circ \bullet j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$$

sowie den Faltungssatz der FOURIER-Transformation. Dann ergeben sich für die Modulationsprodukte der I/Q-Signale die folgenden Spektralverhältnisse:³

$$x(t) \cos(\omega_0 t) \circ \bullet \frac{1}{2\pi} X(\omega) * \pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] = \frac{1}{2} [X(\omega - \omega_0) + X(\omega + \omega_0)] \quad (3)$$

$$-y(t) \sin(\omega_0 t) \circ \bullet \frac{j}{2\pi} Y(\omega) * \pi[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] = \frac{j}{2} [Y(\omega - \omega_0) - Y(\omega + \omega_0)]. \quad (4)$$

¹Um die Formeln kurz zu halten, interpretieren wir die Amplitude der Trägerschwingung (durch Normierung) in die Signale $x(t)$ und $y(t)$ hinein.

²In-Phase Signal $x(t)$ und Quadrature-Phase Signal $y(t)$ werden in der Literatur auch oft mit $i(t)$ und $q(t)$ bezeichnet.

³Auch bekannt als Modulationsformel der FOURIER-Transformation.

Beachtenswert (aber auch logisch) dabei ist, daß beide Spektren orthogonal zueinander stehen. Es liegt deshalb nahe diese als getrennte Kanäle anzusehen und auch verwendbar zu machen – worauf bei der Demodulation noch zurückzukommen sein wird.

Zu guter Letzt steht noch die Addition beider Komponenten aus:

$$M(\omega) = \frac{1}{2} [X(\omega - \omega_0) + jY(\omega - \omega_0) + X(\omega + \omega_0) - jY(\omega + \omega_0)] . \quad (5)$$

Komplexe Darstellung Geht man von der komplexen Darstellung in Formel 2 aus, dann läßt sich das Spektrum durch (mehrfache) Anwendung der Modulationsformel $g(t)e^{j\omega_0 t} \circ \bullet G(\omega - \omega_0)$ ermitteln. Definieren wir dazu eine Zwischengröße $w(t) = z(t)e^{j\omega_0 t} = x(t)e^{j\omega_0 t} + jy(t)e^{j\omega_0 t}$ sowie deren Konjugiert-Komplexe $w^*(t) = z^*(t)e^{-j\omega_0 t}$ und bestimmen die zugehörigen FOURIER-Transformierten:⁴

$$\begin{aligned} w(t) &= z(t)e^{j\omega_0 t} \circ \bullet X(\omega - \omega_0) + jY(\omega - \omega_0) \\ w^*(t) &= z^*(t)e^{-j\omega_0 t} \circ \bullet X(\omega + \omega_0) - jY(\omega + \omega_0) . \end{aligned}$$

Mit $m(t) = \text{Re}\{w(t)\} = \frac{1}{2}[w(t) + w^*(t)]$ ergibt sich jetzt das Spektrum zu:

$$\begin{aligned} M(\omega) &= \mathcal{F}\{m(t)\} = \mathcal{F}\{\text{Re}[w(t)]\} = \frac{1}{2} [\mathcal{F}\{w(t)\} + \mathcal{F}\{w^*(t)\}] \\ M(\omega) &= \frac{1}{2} [X(\omega - \omega_0) + jY(\omega - \omega_0) + X(\omega + \omega_0) - jY(\omega + \omega_0)] . \end{aligned}$$

1.3 Realisierung klassischer Modulationsarten

Die Universalität der Anordnung ergibt sich daraus, daß praktisch jede Art der Trägermodulation:

$$m(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \phi(t)] , \quad (6)$$

⁴Man beachte, daß es sich bei $Y(\omega)$ nicht um den Imaginärteil von $Z(\omega)$ handelt, sondern um die FOURIER-Transformierte des Imaginärteils von $z(t)$ – selbst ausgestattet mit einem Real- und Imaginärteil. Äquivalent gilt die Aussage natürlich auch für $X(\omega)$.

mit den Modulationsgrößen $A(t)$ und $\phi(t)$, in dieses Schema paßt [And05, Kapitel 3]. Denn durch Anwendung des Additionstheorems $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ zeigt sich eine zur Ausgangsformel 1 äquivalente Form:

$$m(t) = \underbrace{A(t) \cos \phi(t)}_{x(t)} \cos(\omega_0 t) - \underbrace{A(t) \sin \phi(t)}_{y(t)} \sin(\omega_0 t),$$

mit der Signalzuordnung:

$$x(t) = A(t) \cos \phi(t) \qquad y(t) = A(t) \sin \phi(t). \qquad (7)$$

Der Bezug zur komplexen Darstellung in Formel 2 ergibt sich durch Division bzw. Addition (der Quadrate) beider Komponenten:

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \tan \phi(t) \qquad \phi(t) = \arctan \frac{y(t)}{x(t)} = \angle z(t) \qquad (8)$$

$$x^2(t) + y^2(t) = A^2(t) \qquad A(t) = \pm \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} = \pm |z(t)| \qquad (9)$$

und so in der gewohnten Darstellung von Betrag (hier die sogenannte Einhüllende bzw. Hüllkurve) und Phase einer komplexen Größe:

$$m(t) = \operatorname{Re} \left\{ z(t) e^{j\omega_0 t} \right\} = |z(t)| \cos[\omega_0 t + \angle z(t)]. \qquad (10)$$

2 Amplitudenmodulation (AM)

2.1 Zweiseitenband-AM

2.1.1 Zweiseitenband-AM ohne Träger

Bei der Zweiseitenband-AM (mit unterdrücktem Träger) wird ein hochfrequenter Träger $\cos(\omega_0 t)$ mit einem niederfrequenten Basisbandsignal $f(t)$ in der Amplitude moduliert.

$$m(t) = f(t) \cos(\omega_0 t) = \operatorname{Re} \left\{ f(t) e^{j\omega_0 t} \right\} \qquad (11)$$

Das dabei entstehende Sendespektrum $M(\omega)$ kann durch FOURIER-Transformation von Formel 11 ermittelt werden. Die Multiplikation von $f(t)$ mit $\cos(\omega_0 t)$ entspricht im Frequenzbereich bekanntlich einer Faltung von $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ mit $\mathcal{F}\{\cos(\omega_0 t)\} = \frac{1}{2}[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$. Weil die Faltung mit einem DIRAC-Impuls grundsätzlich nur zu einer Verschiebung von $F(\omega)$ um $\pm\omega_0$ führt, erhält man als Ergebnis das typische Zweiseitenband-Spektrum:⁵

$$m(t) \circ \bullet M(\omega) = \frac{1}{2} [F(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0)] . \quad (12)$$

Abbildung 2 zeigt die Spektralverhältnisse in anschaulicher Form.

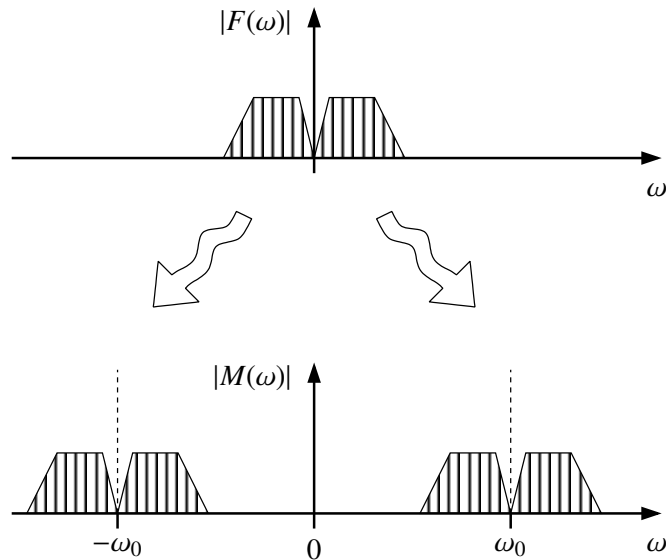


Abbildung 2: Spektrum der Zweiseitenband-AM

Durch direkten Vergleich von Formel 11 mit Ausgangsformel 1 kann man für die Beschaltung des Quadraturmodulators (offensichtlich) ablesen:

$$x(t) = f(t) \qquad y(t) = 0 .$$

2.1.2 Alternative Zweiseitenband-AM ohne Träger

In der Praxis wird oft jedoch die Zuordnung nach Abbildung 3 realisiert:

$$x(t) = f(t) \qquad y(t) = f(t),$$

⁵Deshalb bezeichnet man $f(t)\cos(\omega_0 t) \circ \bullet F(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0) / 2$ auch als Modulationsformel der FOURIER-Transformation.

welche keinerlei Nachteile hat. Man nimmt nur eine zusätzliche konstante Phasenverschiebung (vgl. Formel 8) von $\pi/4$ sowie eine Skalierung (vgl. Formel 9) um $\sqrt{2}$ in Kauf.

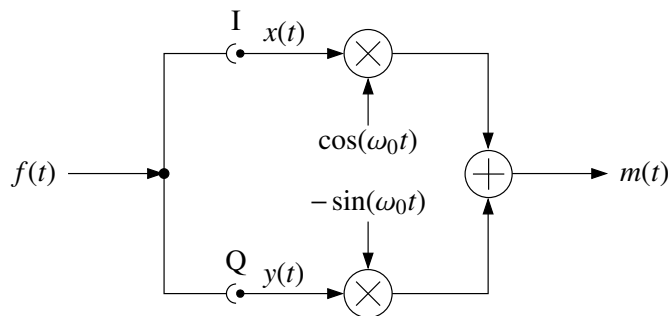


Abbildung 3: Zweiseitenband-AM mittels Quadraturmodulator

Denn mit $z(t) = f(t) + j f(t) = f(t) e^{j\pi/4}$ kann man aus Formel 10 für diesen Fall direkt ablesen:⁶

$$m(t) = \sqrt{2} f(t) \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{2} f(t) e^{j(\omega_0 t + \pi/4)}\right\}.$$

Ausgehend von $X(\omega) = F(\omega)$ und $Y(\omega) = F(\omega)$ sowie unter Zuhilfenahme von Formel 5 ist auch im Spektrum

$$\begin{aligned} M(\omega) &= \frac{1}{2} [F(\omega - \omega_0) + jF(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0) - jF(\omega + \omega_0)] \\ &= \frac{1+j}{2} F(\omega - \omega_0) + \frac{1-j}{2} F(\omega + \omega_0) \\ &= \frac{|F(\omega - \omega_0)|}{\sqrt{2}} e^{j[\angle F(\omega - \omega_0) + \pi/4]} + \frac{|F(\omega + \omega_0)|}{\sqrt{2}} e^{j[\angle F(\omega + \omega_0) - \pi/4]} \end{aligned}$$

gut die gegenläufige Phasendrehung der Seitenbänder zu erkennen.

2.1.3 Zweiseitenband-AM mit Träger

Soll (wie bei der konventionellen AM) auch ein Träger $A_0 \cos(\omega_0 t)$ übertragen werden, dann muß man ihn entweder beimischen oder die Modulation nach

$$m(t) = [A_0 + f(t)] \cos(\omega_0 t)$$

vornehmen. Für das Spektrum gilt in diesem Fall:

⁶Mit dem Additionstheorem $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ verifiziert man $m(t) = \sqrt{2} f(t) [\cos(\omega_0 t) \cos(\pi/4) - \sin(\omega_0 t) \sin(\pi/4)] = f(t) \cos(\omega_0 t) - f(t) \sin(\omega_0 t)$.

$$\begin{aligned}
M(\omega) &= \mathcal{F}\{[A_0 + f(t)] \cos(\omega_0 t)\} \\
&= \mathcal{F}\{A_0 \cos(\omega_0 t)\} + \mathcal{F}\{f(t) \cos(\omega_0 t)\} \\
&= \frac{A_0}{2} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{1}{2} [F(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0)],
\end{aligned}$$

wobei der erste Summand den Träger repräsentiert.

2.2 Einseitenband-AM

Im allgemeinen kann man auf die Übertragung derselben Information $F(\omega)$ in zwei Seitenbändern verzichten, denn sie kostet vor allem Bandbreite. Es gibt nun zwei Möglichkeiten ein Seitenband zu eliminieren:

1. man benutzt die Zweiseitenband-AM, unterdrückt das Seitenband aber vor der Übertragung;
2. die Entstehung eines zweiten Seitenbands wird von vornherein vermieden.

Gerade die zweite Möglichkeit wird in Verbindung mit dem Quadraturmodulator oftmals angewendet.

Analytische Zeitsignale Das Problem besteht eigentlich darin, daß reelle Zeitsignale in Verbindung mit Modulationsformel 12 immer zwei Seitenbänder erzeugen. Dies ist jedoch nicht der Fall, wenn man vor der Modulation aus dem Basisbandsignal $f(t)$ ein "komplexes" Signal $z(t)$ ableitet, welches analytisch ist. Solche Signale haben die spezielle Eigenschaft, daß der Realteil $x(t) = \text{Re}\{z(t)\}$ und Imaginärteil $y(t) = \text{Im}\{z(t)\}$ durch die HILBERT-Transformation verbunden sind.⁷

$$y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\} = \frac{1}{\pi t} \star x(t) = \frac{1}{\pi} \text{V. P.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\xi)}{t - \xi} d\xi$$

Das Entscheidende daran ist jedoch, daß für ein derartiges Signal $z(t)$ die FOURIER-Transformierte $Z(\omega) \bullet \circ z(t)$ auf der negativen Frequenzachse vollständig verschwindet (vgl. Abbildung 5).⁸ Denn Transformation des Imaginärteils liefert das typische Ergebnis für einen HILBERT-Transformator, nämlich die (frequenzunabhängige) konstante -90° Phasenverschiebung von $Y(\omega)$ gegenüber $X(\omega)$:

$$Y(\omega) = \mathcal{F}\{y(t)\} = -j \text{sgn}(\omega) X(\omega) = \begin{cases} jX(\omega) & (\omega < 0) \\ 0 & (\omega = 0) \\ -jX(\omega) & (\omega > 0) \end{cases}$$

⁷Man sagt auch, $x(t)$ und $y(t)$ bilden ein sogenanntes HILBERT-Paar.

⁸Es handelt sich hierbei um dieselbe Konstellation wie für kausale Signale, nur im Frequenzbereich. Berücksichtigt man den Vertauschungssatz der FOURIER-Transformation $F(t) \bullet \circ \bullet 2\pi f(-\omega)$, dann leuchtet das Ergebnis ein.

Für $Z(\omega) = \mathcal{F}\{z(t)\} = \mathcal{F}\{x(t) + jy(t)\}$ gilt deshalb:

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= \mathcal{F}\{x(t)\} + j\mathcal{F}\{y(t)\} \\ &= X(\omega) + jY(\omega) \\ &= X(\omega)[1 + \text{sgn}(\omega)] \end{aligned}$$

und unter Verwendung des Einheitssprunges $u(\omega)$:

$$Z(\omega) = 2u(\omega)X(\omega) = \begin{cases} 0 & (\omega < 0) \\ X(\omega) & (\omega = 0) \\ 2X(\omega) & (\omega > 0) \end{cases} .$$

Einsatz des Quadraturmodulators Erzeugen wir jetzt ein analytisches $z(t)$ wie gerade besprochen, dann gilt für dessen Realteil $x(t) = f(t)$ und für den Imaginärteil $y(t) = \mathcal{H}\{f(t)\}$. Nach dieser ‘‘Vorverarbeitung’’ kann darauf der Quadraturmodulator angewendet werden, wie das Blockbild 4 illustriert. Dabei stellt Δ eine Verzögerungsleitung dar, welche die Verarbeitungszeit im HILBERT-Transformator \mathbf{H} ausgleicht.

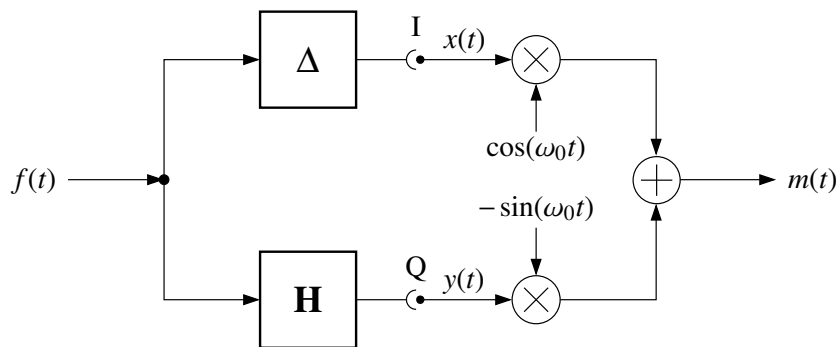


Abbildung 4: Einseitenband-AM mittels Quadraturmodulator

Die Größe $z(t)$ wird mit dem komplexen Träger $e^{j\omega_0 t}$ moduliert und der Realteil dieses Modulationsproduktes entsprechend Formel 10 übertragen.⁹ Wegen $z(t) \circ \bullet Z(\omega) = 2F(\omega)u(\omega)$ entfällt das zweite Seitenband, was sich ausgehend von

$$X(\omega) = F(\omega) \qquad Y(\omega) = -j \text{sgn}(\omega) F(\omega) \qquad (13)$$

mit Hilfe von Formel 5 nachprüfen läßt.¹⁰

⁹Wegen der Analytizität des Trägers $e^{j\omega_0 t}$ ist auch $z(t) \cdot e^{j\omega_0 t}$ wieder eine analytische Funktion, denn das Produkt zweier analytischer Funktionen ist ebenfalls analytisch (und der Imaginärteil deshalb redundant).

¹⁰Ersetzt man $H(\omega)$ durch $-H(\omega)$, dann wird das untere Seitenband übertragen.

$$M(\omega) = \frac{1}{2} [F(\omega - \omega_0) + \text{sgn}(\omega - \omega_0) F(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0) - \text{sgn}(\omega + \omega_0) F(\omega + \omega_0)]$$

$$= F(\omega - \omega_0) u(\omega - \omega_0) + F(\omega + \omega_0) u[-(\omega + \omega_0)]$$

Abbildung 5 stellt das zugehörige Einseitenband-Spektrum dar.

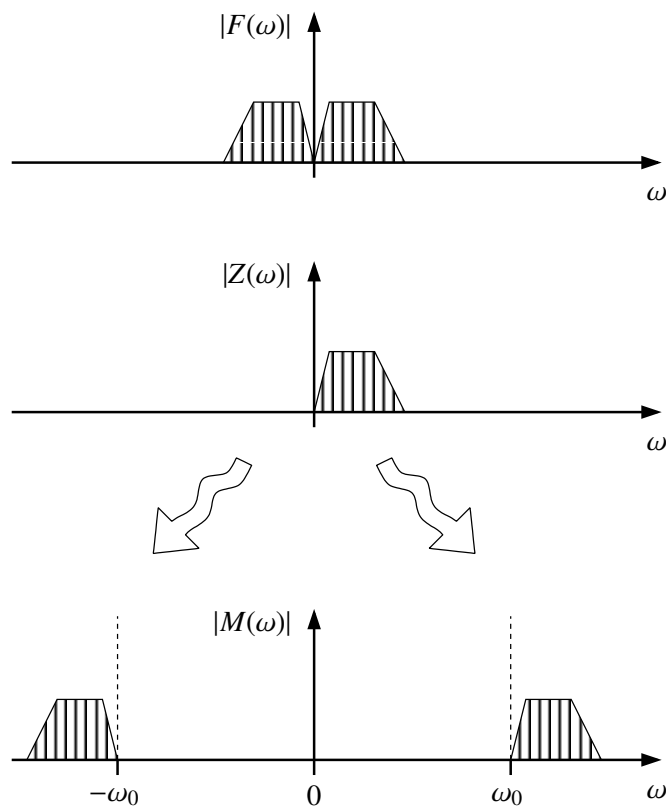


Abbildung 5: Spektrum der Einseitenband-AM

3 Phasenmodulation (PM)

Spezialisierung von Modulationsformel 6 führt, wenn man eine (irgendwie geartete) Abbildung des Basisbandsignals $f(t)$ auf eine Phasenänderung $\phi(t)$ voraussetzt, im Fall der Phasenmodulation zu:

$$m(t) = A \cos [\omega_0 t + \phi(t)] .$$

Dabei ist A die (konstante) Amplitude der Trägerschwingung und ω_0 deren Kreisfrequenz. Der veränderliche Phasenwinkel $\phi(t)$ trägt die Information von $f(t)$ – wozu eine (nicht unbedingt lineare) Abbildungsfunktion $c(t)$ definiert sein soll.

Für die Eingangssignale des Quadraturmodulators gelten entsprechend Formel 7 die “Vorverzerrungsbeziehungen”

$$x(t) = A \cos \phi(t)$$

$$y(t) = A \sin \phi(t)$$

und deshalb letztlich das Blockbild 6.

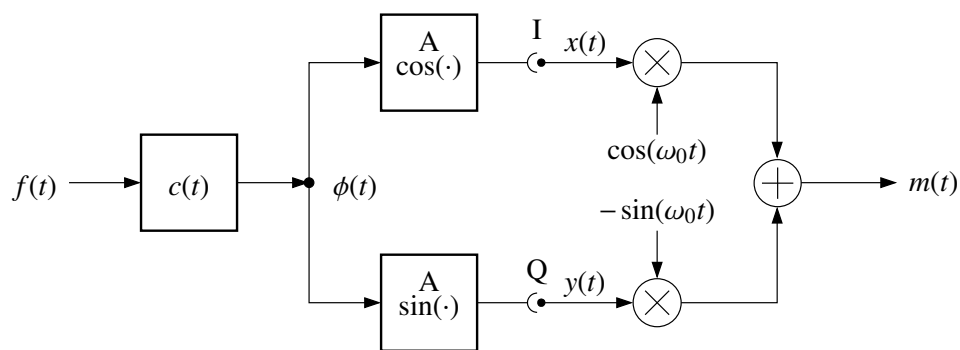


Abbildung 6: Phasenmodulation mittels Quadraturmodulator

4 Frequenzmodulation (FM)

Die Variation einer Trägerfrequenz ω_0 durch eine (mit dem zu übertragenden Basisbandsignal korrelierten) Frequenz $\Omega(t)$ ist wegen

$$m(t) = A \cos\{[\omega_0 + \Omega(t)]t\} = A \cos[\omega_0 t + \underbrace{\Omega(t)t}_{\phi(t)}]$$

eigentlich auch nur eine Phasenmodulation mit $\phi(t) = \Omega(t)t$.¹¹ Deshalb können wir an dieser Stelle auf weitere Ausführungen verzichten – zumal genügend gute Literatur zu diesem Thema existiert, z. B. [Lük92, 8.2] und [SBS66, Kapitel 5].

¹¹Frequenz- und Phasenmodulation werden allgemein auch als Winkelmodulation bezeichnet.

5 (Homodyne) Demodulation

5.1 I/Q-Demodulation

Unter der Voraussetzung, daß zwei Seitenbänder übertragen werden, kann die Demodulation grundsätzlich in gleicher Art und Weise wie die Modulation erfolgen. Beim homodynen Empfänger (Direct Conversion Receiver, DCR) wird das Modulationsprodukt direkt in das Basisband verschoben, wobei in der Grundstruktur nach Abbildung 7 wieder der Quadratur(de)modulator zum Einsatz kommen kann.

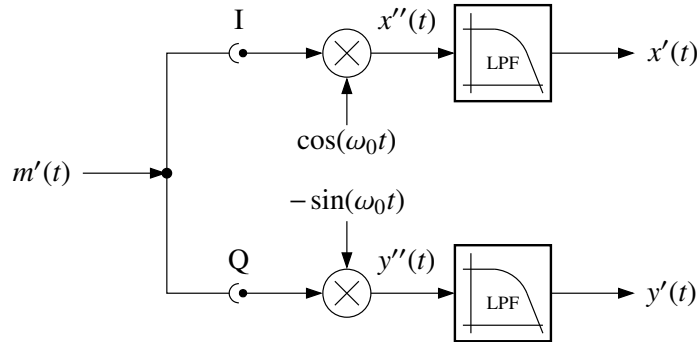


Abbildung 7: Homodyner Quadratur-Empfänger

Dabei wird das Empfangsspektrum $M'(\omega)$ durch Multiplikation mit dem Träger um $\pm\omega_0$ verschoben (Mischung, vgl. Formel 5) und danach der niederfrequente Anteil entsprechend Abbildung 8 herausgefiltert.

Um dies auch mathematisch zu erfassen nehmen wir zunächst an, daß a) die Empfangsfrequenz ω_0 ganz genau der Sendefrequenz entspricht (Synchrondemodulation, kohärente Demodulation) und b) keine Übertragungsstörungen vorliegen ($m'(t) = m(t)$).

Analysiert man die I/Q-Signalfade ausgehend von den Formeln 3 und 4, dann ergeben sich folgende Demodulationsprodukte vor dem jeweiligen Tiefpaßfilter:

$$X''(\omega) = \frac{1}{2}[M'(\omega - \omega_0) + M'(\omega + \omega_0)] \quad Y''(\omega) = \frac{j}{2}[M'(\omega - \omega_0) - M'(\omega + \omega_0)]. \quad (14)$$

Unter der eingangs erwähnten Voraussetzung $M'(\omega) = M(\omega)$ kann man $M'(\omega + \omega_0)$ und $M'(\omega - \omega_0)$ mit Hilfe von Formel 5 ersetzen.

$$M'(\omega - \omega_0) = \frac{1}{2}[X(\omega) - jY(\omega) + X(\omega - 2\omega_0) + jY(\omega - 2\omega_0)]$$

$$M'(\omega + \omega_0) = \frac{1}{2}[X(\omega) + jY(\omega) + X(\omega + 2\omega_0) - jY(\omega + 2\omega_0)]$$

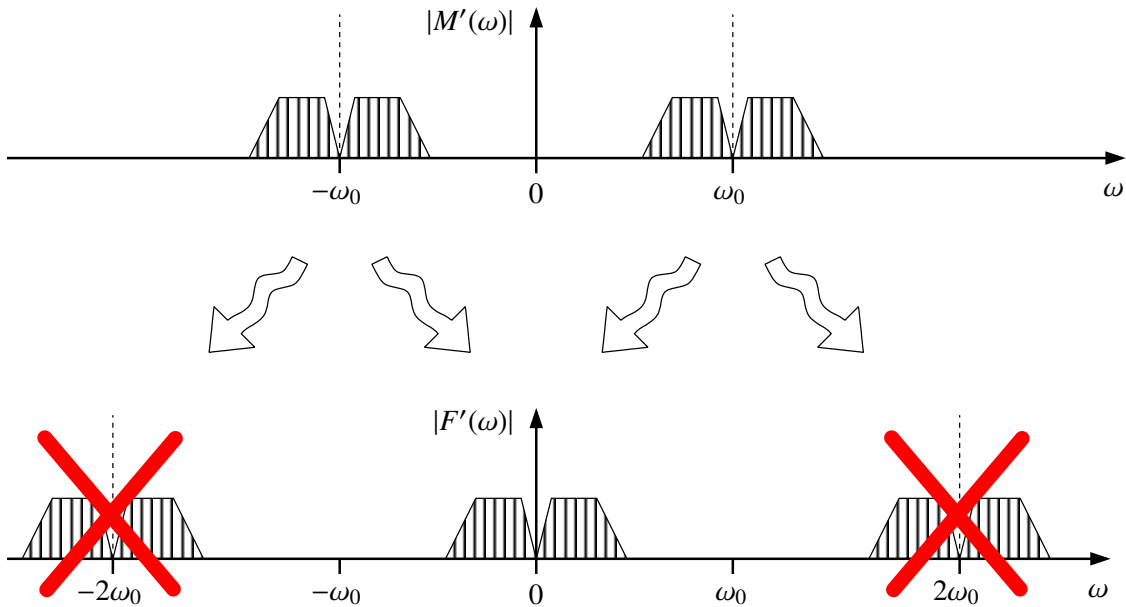


Abbildung 8: Spektrum bei der Zweiseitenband-Demodulation

Vernachlässigt man die höherfrequenten Anteile, dann wird

$$M'(\omega - \omega_0) \approx \frac{1}{2}[X(\omega) - jY(\omega)] \quad M'(\omega + \omega_0) \approx \frac{1}{2}[X(\omega) + jY(\omega)], \quad (15)$$

weshalb (wegen $X'' \approx X'$ und $Y'' \approx Y'$) hinter dem jeweiligen Tiefpaßfilter für die I/Q-Signale gilt:

$$X'(\omega) = \frac{1}{2}X(\omega) \quad Y'(\omega) = \frac{1}{2}Y(\omega). \quad (16)$$

Man kann (wegen der Orthogonalität der Signalkomponenten) also beide “Kanäle” unabhängig voneinander verwenden.

Problempunkte

Für eine korrekte Demodulation in das Basisband müssen Sender und Empfänger (wie schon erwähnt) exakt frequenzsynchron arbeiten, denn sonst würde $M'(\omega - \omega_0)$ nicht auf Null-Lage, sondern geringfügig abweichend davon heruntergemischt werden.¹² Eine Verschiebung um ω' im Frequenzbereich (ω' sei die Frequenzabweichung $\omega_0 - \omega'_0$) hätte im Zeitbereich eine Multiplikation mit $e^{-j\omega't}$ zur Folge, welche sich nach der Demodulation als niederfrequente Schwebung zeigen würde.

¹²Dies kann z. B. erreicht werden, indem der Träger einfach mit übertragen wird (vgl. Abschnitt 2.1.3).

5.2 Zweiseitenband-AM

Speziell für die Zweiseitenband-AM nach Abschnitt 2.1.1, für welche ja $X(\omega) = F(\omega)$, $Y(\omega) = 0$ gilt, handelt es sich bei $x'(t)$ nach Abbildung 7 schon um das Demodulationsprodukt $f(t)$.

In Bezug auf die alternative Methode der Zweiseitenband-AM nach Abschnitt 2.1.2, welche die Signalzuordnungen $X(\omega) = Y(\omega) = F(\omega)$ vornimmt, kann man eine Demodulatorstruktur nach Abbildung 9 einsetzen.¹³

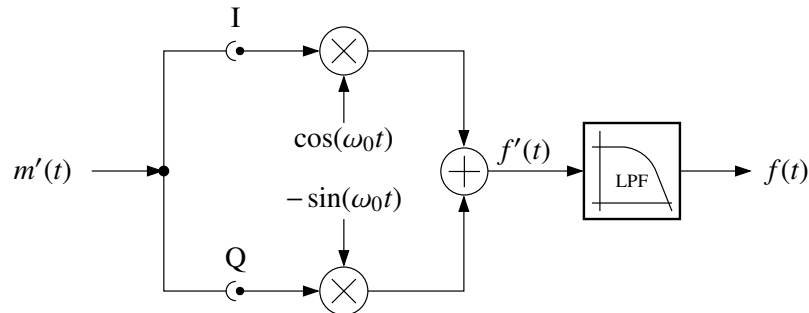


Abbildung 9: Zweiseitenband-Demodulator

Die Begründung für $X'(\omega) + Y'(\omega) = F(\omega)$ ist direkt Formel(n) 16 zu entnehmen.

5.3 Einseitenband-AM

In ähnlicher Art und Weise wie bei der Zweiseitenband-AM kann man auch bei der Einseitenband-AM vorgehen. Abgesehen von einem nicht existierenden Seitenband entsteht bei der Demodulation wieder das originale Basisfrequenzband (siehe Abbildung 8). Wegen der komplexen Modulation (vgl. Abschnitt 2.2) muß man jedoch Spektralanteile, die im Bereich des zweiten Seitenbandes liegen, unterdrücken [MM00].¹⁴ Eine mögliche Architektur, welche dies leistet, ist zum Beispiel der HARTLEY-Empfänger nach Abbildung 10.¹⁵

Ausgangspunkt der Beschreibung von $X'(\omega)$ bzw. $Y'(\omega)$ sind die Formeln 16 und 13, wobei letztere für die Übertragung eines oberen Seitenbandes gelten. Kombination der Formeln ergibt nun:

$$X'(\omega) = \frac{1}{2}X(\omega) = \frac{1}{2}F(\omega) \quad Y'(\omega) = \frac{1}{2}Y(\omega) = -\frac{j}{2}\text{sgn}(\omega)F(\omega).$$

Vor der abschließenden Addition muß ein HILBERT-Transformator (jetzt mit $+90^\circ$ Phasendrehung, d. h. $-H(\omega) = j\text{sgn}(\omega)$) dafür sorgen,¹⁶ daß unser Zeitsignal wieder reell wird.

¹³Vergleich mit Abbildung 3 zeigt, daß die Struktur des Demodulators genau der des Modulators entspricht.

¹⁴In der Literatur werden diese Signalanteile mit "Image Band" und der Prozeß ihrer Unterdrückung mit "Image Rejection" bezeichnet.

¹⁵Eine andere Möglichkeit stellt der (genauso bekannte) WEAVER-Demodulator dar.

¹⁶Denselben Effekt wie ein negatives Vorzeichen am HILBERT-Transformator hätte a) eine Umkehrung des Vorzeichens am lokalen Oszillator $\sin(\omega_0 t)$ oder b) eine abschließende Subtraktion statt der Addition. Genausogut kann man durch Weglassen des negativen Vorzeichens das untere Seitenband (anstatt des oberen) selektieren.

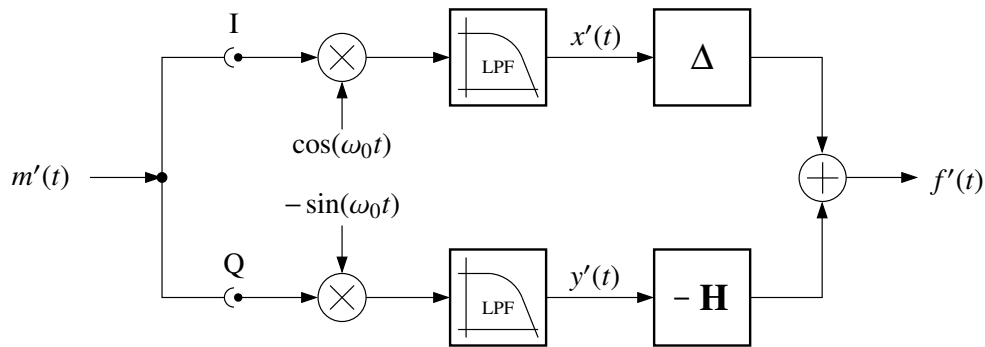


Abbildung 10: HARTLEY-Demodulator

$$\begin{aligned}
 F'(\omega) &= X'(\omega) - H(\omega)Y'(\omega) \\
 &= X'(\omega) + j \operatorname{sgn}(\omega) Y'(\omega) \\
 &= \frac{1}{2} [F(\omega) - j^2 \underbrace{\operatorname{sgn}^2(\omega)}_1 F(\omega)] \\
 F'(\omega) &= F(\omega) \bullet \circ f(t)
 \end{aligned}$$

5.4 Quadratur-AM

Der QAM-Empfänger nach Abbildung 11 liefert sowohl die Phasen- als auch die Amplitudeninformation der Einhüllenden. Die Begründung dafür haben wir schon in den allgemeinen Gleichungen 9 und 8 zur Trägermodulation erbracht.

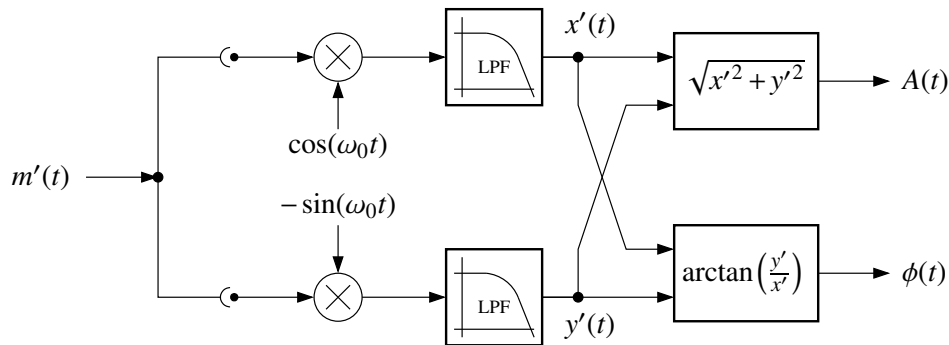


Abbildung 11: Quadratur-Amplitudendemodulation

Als Nachteil der Phasenbestimmung ist anzusehen, daß für $|\phi| \geq 90^\circ$ praktisch das Vorzeichen verloren geht. Eine digitale Implementierung müßte dies anderweitig mitführen, denn sonst wäre die Phase auf $\pm 90^\circ$ beschränkt.

Literatur

- [And05] ANDERSON, JOHN B.: *Digital Transmission Engineering*. Wiley-IEEE Press, 2. Auflage, August 2005.
- [Bed62] BEDROSIAN, E.: *The Analytic Signal Representation of Modulated Waveforms*. Proceedings of the IRE, 50(10):2071 – 2076, Oktober 1962.
- [Lük92] LÜKE, HANS DIETER: *Signalübertragung: Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme*. Springer, Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo Hong Kong Barcelona Budapest, 5. Auflage, 1992.
- [MM00] MIRABBASI, SHAHRIAR und KEN MARTIN: *Classical and modern receiver architectures*. IEEE Communications Magazine, 38(11):132 – 139, November 2000.
- [Osw56] OSWALD, J. R. V.: *The Theory of Analytic Band-Limited Signals Applied to Carrier Systems*. IRE Trans. Circuit Theory, 3(4):244 – 251, Dezember 1956.
- [Pap67] PAPOULIS, ANTHANASIOS: *Limits on Bandlimited Signals*. Proceedings of the IEEE, 55(10):1677–1686, Oktober 1967.
- [Pro01] PROAKIS, JOHN G.: *Digital Communications*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering. McGraw-Hill, 4. Auflage, 2001.
- [SBS66] SCHWARTZ, MISCHA, WILLIAM R. BENNETT und SEYMOUR STEIN: *Communication Systems and Techniques*. McGraw-Hill, New York, 1966.

Stichwortverzeichnis

A

AM, *siehe* Amplitudenmodulation
Amplitudenmodulation, 4–10
 Einseitenband-, 8, 14
 Zweiseitenband-, 5, 14

D

Demodulation, 12–15
 Einseitenband-, 14
 I/Q-, 12
 kohärente, 12
 QAM, 15
 Synchron-, 12
 Zweiseitenband-, 14
DIRAC-Impuls, 6

E

Einhüllende, 5, 15
Einseitenband-AM, 8, 14
Empfänger
 Direct Conversion, 12
 HARTLEY-, 14
 Homodyn-, 12

F

Frequenzmodulation, 11

H

Hüllkurve, 5
HARTLEY-Empfänger, 14
HILBERT-Transformation, 8

I

In-Phase Signal, 3

M

Modulation, 2–11
Modulationsformel, 3

komplexe, 4

O

Orthogonalität, 13

P

Phasenmodulation, 4, 10, 15

Q

QAM, 15
Quadrature-Phase Signal, 3
Quadraturmodulator, 2–15
 Blockbild, 2
 Spektrum, 3

S

Signal
 analytisches, 8
 komplexes, 8
Synchrondemodulation, 12

T

Träger, 7

W

Winkelmodulation, 11

Z

Zweiseitenband-AM, 5, 14